

# Expertise

# Bourse

Décembre 2009

N° 127



BNP PARIBAS | La banque d'un monde qui change

## Les Certificats 100% et les Trackers au cœur de la diversification (page 8)



<http://produitsdebourse.bnpparibas.fr>  
Pour choisir le bon produit de Bourse, contactez les experts BNP Paribas

N° Vert 0 800 235 000

## QUE SAVONS-NOUS DES ÉVÈNEMENTS EXTRÊMES EN FINANCE ? par François Longin

**Nous nous intéressons ce mois-ci aux événements extrêmes en finance comme les krachs et les booms boursiers. Mieux connaître ces événements, tant au niveau de leur amplitude que de leur fréquence d'apparition est de première importance pour les agents économiques qu'ils soient des individus, des entreprises ou des institutions financières.**

Pour des opérations de trading (à court terme) ou d'investissement (à long terme), une très forte variation des cours des actifs financiers a évidemment un impact significatif sur le résultat de trading ou la valeur du portefeuille d'investissement. Pour des positions comprenant des produits dérivés, le pouvoir multiplicateur de l'effet de levier propre aux options rend les variations extrêmes de cours encore plus extrêmes...

Cet article se donne comme objectif de présenter quelques statistiques descriptives sur les événements extrêmes sur les marchés financiers, d'introduire des éléments de modélisation sur les extrêmes et d'illustrer l'impact de l'effet de levier lié aux options.

### Quelques statistiques descriptives sur les extrêmes

Comme expliqué dans l'article « Que savons-nous du comportement du prix des actifs financiers ? » (Expertise Bourse n°120), d'un point de vue économique, la mesure pertinente des mouvements de marché est la rentabilité associée à chaque actif. Une façon de définir les extrêmes est de considérer la plus forte baisse ou la plus forte hausse journalière observée sur une année. On parle de rentabilités minimale et maximale. Le tableau ci-dessous donne les dix plus fortes baisses et les dix plus fortes hausses en termes de rentabilités journalières de l'indice CAC 40® observées chaque année depuis sa création.

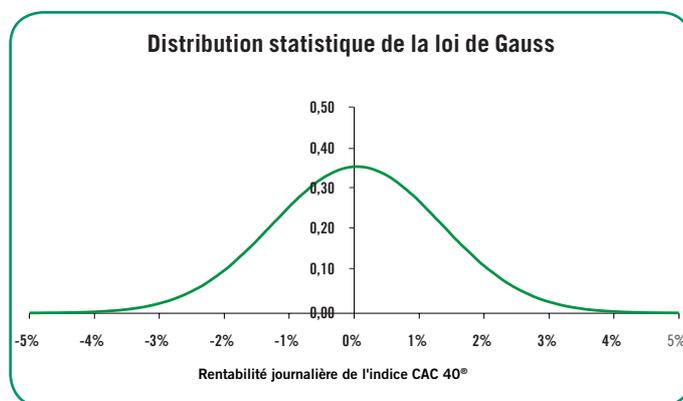
#### Les 10 plus fortes variations quotidiennes de l'indice CAC 40® sur la période Janvier 1988 - Septembre 2009

Les dix plus fortes baisses		Les dix plus fortes hausses	
6 octobre 2008	-9,04 %	13 octobre 2008	+11,18 %
11 septembre 2001	-7,39 %	14 mars 2003	+7,25 %
19 août 1991	-7,29 %	17 janvier 1991	+7,05 %
16 octobre 1989	-6,29 %	29 juillet 2002	+7,04 %
30 septembre 2002	-5,87 %	29 octobre 1997	+6,29 %
24 mars 2003	-5,67 %	10 mars 2009	+5,73 %
17 septembre 1998	-5,47 %	24 septembre 2001	+5,70 %
6 août 1990	-5,12 %	12 octobre 1998	+5,51 %
14 janvier 2009	-4,56 %	4 janvier 1999	+5,20 %
5 octobre 1992	-4,30 %	27 août 1990	+5,09 %

Les données présentes ci-dessus montrent que la variation extrême observée sur une seule journée est souvent de la même amplitude que la variation de l'indice sur toute l'année, ce qui montre l'importance du phénomène. Il est aussi intéressant de remarquer que le minimum et le maximum de rentabilité observés chaque année apparaissent souvent à des dates très rapprochées (dans la même semaine). Cela illustre le comportement de la volatilité qui varie au cours du temps et présente des pics. Après un grand choc sur le marché, la probabilité d'observer à nouveau de grands chocs (de signe quelconque) devient plus élevée.

### Le monde est-il normal ?

Pour aller au-delà des simples chiffres présentés ci-dessus, il est nécessaire de faire appel au concept de distribution statistique. Cet outil mathématique permet de donner une probabilité à des événements par nature aléatoire. Le comportement des rentabilités est souvent modélisé par la loi normale encore appelée « loi de Gauss » du nom du statisticien allemand du XIXème siècle. La loi de Gauss dépend de deux paramètres : la moyenne qui mesure la rentabilité anticipée de l'actif et la variance qui mesure la dispersion de la rentabilité (fait que la rentabilité observée peut être plus ou moins loin de la moyenne). La figure ci-dessous représente la loi de Gauss estimée pour l'indice CAC 40®. Elle prend la forme d'une courbe en cloche, ce qui signifie qu'il y a plus de chance d'observer une rentabilité proche de la moyenne que loin de la moyenne.



La loi normale estimée à partir de données historiques permet de connaître la probabilité d'événements de marché, comme la probabilité d'observer une rentabilité en dessous ou au-dessus d'un certain seuil. Une manière plus intuitive d'appréhender le concept de probabilité (surtout pour de faibles valeurs) est d'utiliser la notion de période de retour. Il s'agit du nombre d'années qu'il faut attendre en moyenne pour observer une rentabilité d'un seuil donné. Le tableau ci-dessous donne la probabilité et la période de retour d'une rentabilité d'être au-dessous ou en dessous d'un seuil donné.

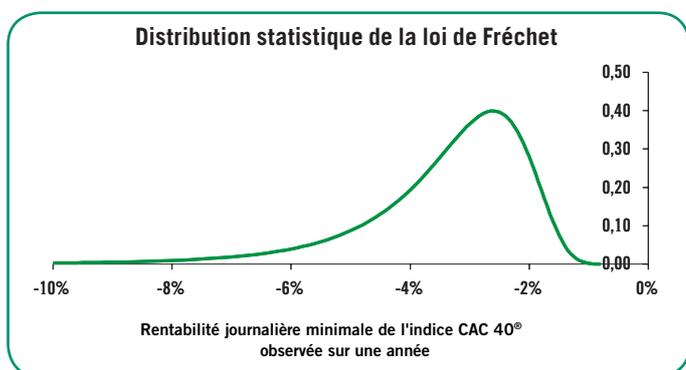
Le tableau ci-dessous montre que, dans un monde normal, la probabilité d'observer un fort mouvement de marché, à la baisse ou à la hausse, est très faible. Par exemple, la probabilité d'observer une baisse quotidienne inférieure à -5 % n'est seulement que de 0,15 % et la probabilité d'observer une baisse inférieure à -10 % est pratiquement nulle. Or, dans la réalité, si la probabilité de tels événements est faible par définition, elle est cependant non négligeable. Par exemple, une baisse du marché de -10 % sur une séance apparaît historiquement tous les 20 ans, alors que la loi normale prédit qu'un tel événement apparaît tous les 643 007 167 années. Décidément, le monde n'est pas normal...

## Statistiques sur les variations de l'indice CAC 40® - loi de Gauss

Baisse			Hausse		
Rentabilité	Probabilité	Période de retour	Rentabilité	Probabilité	Période de retour
0 %	48,96 %	2	0 %	51,04 %	2
-1 %	26,90 %	4	+1 %	28,64 %	3
-5 %	0,15 %	684	+5 %	0,17 %	579
-10 %	0,00 %	643 007 167	+10 %	0,00 %	469 422 727

## Comment modéliser les extrêmes ?

Si la loi normale ne semble pas adaptée aux événements extraordinaires des marchés financiers, il est alors nécessaire d'utiliser des outils plus appropriés comme la théorie des valeurs extrêmes. Saviez-vous que quand vous conduisez votre voiture, quand vous traversez le pont de Normandie ou passez une nuit d'hôtel à Monaco, votre vie dépend des résultats de la théorie des valeurs extrêmes ? Cette théorie est en effet appliquée dans des domaines aussi variés que la résistance des matériaux, le dimensionnement des ouvrages ou encore l'étude des tremblements de terre. En finance, la théorie des valeurs extrêmes (TVE pour les intimes) a été utilisée pour modéliser les krachs et les booms boursiers (\*) et a trouvé des applications en gestion des risques bancaires et financiers (\*\*). Les travaux de recherche ont montré que la loi gouvernant les événements extrêmes sur les marchés financiers était une loi de Fréchet, du nom d'un mathématicien français du début du XX<sup>e</sup> siècle. La figure ci-dessous représente la loi de Fréchet pour les rentabilités journalières minimales de l'indice CAC 40® observées sur une année.



L'hypothèse de normalité (loi de Gauss) ne convient donc pas pour modéliser les extrêmes. Au contraire, la loi de Fréchet est proche de la réalité, les probabilités d'apparition de rentabilités estimées par la loi de Fréchet étant comparables aux probabilités historiques.

## Quel est l'impact d'un mouvement extrême de marché sur le prix des options ?

Les options sont notamment caractérisées par l'effet de levier qu'elles procurent aux investisseurs. Les variations de cours de l'actif sous-jacent sont amplifiées à la hausse comme à la baisse au niveau du prix de l'option. Le tableau ci-dessous considère des options, un Call et un Put, sur l'indice CAC 40®, d'une maturité de trois mois et émises à la monnaie. On étudie l'impact d'une variation de l'indice se produisant en une seule journée, les variations allant de -10 % à +10 %.

« Une baisse du marché de -10 % sur une séance apparaît historiquement tous les 20 ans, alors que la loi normale prédit qu'un tel événement apparaît tous les 643 007 167 années ! »

## Impact d'une variation de prix de l'indice CAC 40® sur la variation de prix d'options

Indice CAC 40®	Variation de prix	
	Call	Put
-10 %	-72,87 %	127,94 %
-5 %	-44,21 %	55,46 %
-1 %	-10,63 %	9,24 %
0 %	-0,76 %	-0,84 %
1 %	9,68 %	-10,08 %
5 %	57,31 %	-40,76 %
10 %	127,89 %	-66,81 %

Les chiffres ci-dessus illustrent l'effet de levier des options propre aux options : la variation du prix d'une option est amplifiée par rapport à la variation de prix de l'actif sous-jacent. Par exemple, pour le détenteur de Call (achat d'une option d'achat), une variation de +5 % de l'indice se traduit par un doublement de la position optionnelle avec une plus-value de 57 %. Notons qu'une forte variation des prix (surtout à la baisse) s'accompagne aussi souvent d'une forte augmentation de la volatilité implicite, ce qui amplifie encore plus l'effet de levier mentionné ci-dessus.

Au-delà du caractère souvent émotionnel qui entoure les chocs extrêmes sur les marchés financiers, il est donc possible d'apporter des éléments objectifs concernant ces événements.

## À PROPOS DE

François Longin est Professeur de Finance à l'ESSEC. Il poursuit une carrière dans le domaine de la banque et de la finance en alliant conseil, recherche et formation. Il conseille les institutions financières pour leur gestion des risques et les entreprises pour leur gestion financière. Ses travaux de recherche portent principalement sur les événements extrêmes en finance et sur les applications pour les salles de marchés et les sociétés de gestion de portefeuille.



Pour en savoir plus : [www.finlink.net](http://www.finlink.net).

« Le minimum et le maximum de rentabilité observés chaque année apparaissent souvent à des dates très rapprochées »

(\*) Longin F. (1996) «The asymptotic distribution of extreme stock market returns» Journal of Business, N°63, pp 383-408. Téléchargeable sur HYPERLINK : <http://www.longin.fr>

(\*\*) Longin F. (2000) «From VaR to stress testing : the extreme value approach» Journal of Banking and Finance, N°24, pp 1097-1130. Téléchargeable sur HYPERLINK : <http://www.longin.fr>